



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский государственный геологоразведочный университет имени
Серго Орджоникидзе»
(МГРИ)

УТВЕРЖДАЮ:

Врио ректора МГРИ


В.В.Куликов

«23» октября 2020 г.



ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ В МАГИСТРАТУРУ

ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ

01.04.04 «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

МОСКВА 2020

Введение.

Программа вступительного испытания сформирована на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.04.04 «Прикладная математика».

Программа содержит перечень тем для вступительных испытаний и список рекомендуемой литературы для подготовки.

Вступительные испытания предназначены для определения теоретической и практической подготовленности поступающих в магистратуру абитуриентов и проводятся с целью определения соответствия знаний, умений и навыков требованиям обучения в магистратуре по направлению подготовки 01.04.04 «Прикладная математика».

Вступительные испытания в магистратуру проводятся в форме компьютерного тестирования. Продолжительность вступительных испытаний – 1 час (60 минут). Вступительный тест состоит из 20 вопросов, имеющих одинаковые веса. В сумме вес 20-ти вопросов составляет 100 баллов.

Цель и задачи вступительного испытания.

Цель вступительного испытания – определить готовность и возможность лица, поступающего в магистратуру, освоить выбранную магистерскую программу.

Основная *задача* экзамена – проверить уровень знаний и компетенций абитуриента в области математики.

В ходе экзамена поступающий должен показать:

- знание основных понятий и теорем математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики;
- знание указанных в программе элементов дискретной математики и численного анализа;
- готовность применять математические методы в теоретических и прикладных исследованиях;
- способность решать стандартные задачи по указанным в программе разделам математики;
- владение специальной профессиональной терминологией и лексикой;
- владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу.

Содержание тем вступительного испытания.

Программа вступительных испытаний, организуемых на базе вуза для поступающих на 1 курс по направлению подготовки магистров 01.04.04 «Прикладная математика», включает вопросы по следующим темам.

Раздел 1. Элементы математического анализа.

- Понятие предела функции. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- Понятие производной. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной к плоской кривой. Правила дифференцирования. Применение производной к исследованию функций. Графики элементарных функций.
- Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши). Формула Тейлора.
- Интеграл Римана. Классы интегрируемых по Риману функций. Формула Ньютона-Лейбница.
- Числовые ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье.
- Исследование функций на экстремумы.
- Формулы Грина, Гаусса - Остроградского и Стокса.
- Аналитические функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Теорема Коши. Интегральная формула Коши.
- Принцип максимума модуля для аналитических и гармонических функций.
- Принцип сжимающих отображений. Условия сжимаемости линейного отображения. Применения метода сжимающих отображений для решения систем линейных и нелинейных уравнений.
- Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Критерий полноты ортогональной системы.
- Фундаментальная матрица однородной системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Определитель Вронского и его свойства. Формула Лиувилля. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n -го порядка.

Раздел 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.

- Операции над комплексными числами. Формулы Эйлера. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Формулировка теоремы Гаусса об алгебраических полиномах.
 - Формулы Виета. Формулы Кардано.
- Операции над матрицами. Умножение матриц. Ортогональные матрицы. Диагональные и треугольные матрицы. Вычисление определителей матриц. Вычисление обратной матрицы с помощью определителей. Формулы Крамера.
 - Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы и её следствия. Базисные столбцы (строки) матрицы. Теорема Кронекера – Капелли. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Теорема о структуре общего решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.
- Понятие линейного пространства (вещественного и комплексного). Простейшие следствия из аксиом линейного пространства. Линейно независимые системы векторов. Признаки линейной независимости систем векторов. Понятия базиса, размерности и подпространства. Изменение координат вектора при изменении базиса.
 - Операции над геометрическими векторами. Свойства скалярного и векторного произведений. Геометрический смысл смешанного произведения. Формулы для координат вектора в ортогональном базисе. Выражение скалярного, векторного и смешанного произведений через координаты векторов.
- Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Вычисление угла между плоскостями. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
 - Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Условия компланарности двух прямых. Вычисление угла между двумя пересекающимися прямыми. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
- Взаимное расположение прямой и плоскости. Вычисление координат точки пересечения прямой и плоскости. Вычисление угла между прямой и плоскостью. Формулы для вычисления расстояния между прямыми в пространстве (случай параллельных и скрещивающихся прямых).

- Собственные векторы и собственные значения матриц. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен матрицы. Алгебраическая и геометрическая кратности собственного значения. Каноническая жорданова форма.

Раздел 3. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

- Пространство элементарных событий. Вероятностное пространство. Классическая схема. Свойства вероятности. Основные теоремы теории вероятностей. Условная вероятность, независимость событий. Теорема о полной вероятности. Теорема Байеса.

- Последовательности независимых случайных величин. Схема испытаний Бернулли. Локальная теорема Лапласа, интегральная теорема Лапласа.

- Числовые характеристики случайных величин. Закон Пуассона. Интегральная функция распределения. Сингулярные распределения. Непрерывные распределения. Дифференциальная функция и ее свойства. Равномерное распределение. Нормальное распределение.

- Статистическая оценка параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.

- Задача выбора между двумя конкурирующими гипотезами. Отношение правдоподобия. Ошибки I и II рода. Понятие мощности критерия, наиболее мощный критерий. Оценивание неизвестных параметров прямой линии регрессии. Метод наименьших квадратов. Выбор критерия для проверки статистических гипотез.

- Понятие случайного процесса (СП). Типы СП: стационарные (в узком и широком смысле), нормальные, эргодические, марковские, с независимыми и ортогональными приращениями, вырожденные, винеровский процесс. Ковариационная функция случайного процесса, ее свойства. Ковариационная функция стационарного процесса. Спектральная функция и спектральная плотность стационарного СП. Непрерывность и дифференцируемость СП, связь непрерывности и дифференцируемости процесса со свойствами ковариационной функции. Понятие “белого шума” для процессов с дискретным временем. Моделирование гауссовского “белого шума” с дискретным временем.

Раздел 4. Элементы дискретной математики.

- Способы задания конечных множеств. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Кванторы общности и существования. Мощность

множества. Равенство множеств. Подмножество. Определения и свойства операций над множествами. Разбиения множества. Прямое (декартово) произведение множеств. Степень множества.

- Основные виды бинарных отношений. Операции над отношениями.
- Логические операции над высказываниями. Логические законы и тавтологии.

Алгебра высказываний.

- Понятие графа. Способы задания графов. Ориентированные и неориентированные графы. Матрицы смежности и инцидентности. Понятие подграфа. Пути в графе. Определения маршрута, цепи, цикла, простой цепи и простого цикла. Подсчет числа маршрутов в графе. Понятие связности. Эйлеровы и гамильтоновы циклы в графе. Задача коммивояжера. Построение деревьев в графе. Дерево, корни, ветви. Определение дерева. Понятие расстояния в графе.

Раздел 5. Элементы численного анализа.

- Постановка задачи интерполирования. Интерполяционные формулы Лагранжа, Ньютона и Эрмита. Чебышевские узлы интерполирования. Интерполяционные кубические сплайны. Вариационное свойство кубических сплайнов. В-сплайны.

- Дискретное преобразование Фурье. Алгоритм Кули-Тьюки быстрого преобразования Фурье. Вычисление коэффициентов Фурье и Тейлора с помощью быстрого преобразования Фурье.

- Алгебраический порядок точности квадратурной формулы. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Квадратурная формула Гаусса.

- Классификация систем уравнений по числу решений. Геометрическая интерпретация множеств решений систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Холесского. Метод прогонки. Итерационные методы решения систем линейных уравнений.

- Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Правило Рунге для оценки погрешности.

Рекомендуемая литература для подготовки к вступительным экзаменам.

1. Акимов О.Е. Дискретная математика. Логика, группы, графы. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001.

2. Аляев Ю.А., Тюрин С.Ф. Дискретная математика и математическая логика. М.: Финансы и статистика, 2006.
3. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1984.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Физматлит, 2008.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд.11-е. М.: Изд-во Юрайт, 2011.
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: Едиториал УРСС, 2011.
8. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1,2. М: Высшая школа, 2006.
9. Зорич В.А. Математический анализ, в 2-х тт. М.: МЦНМО. 2007.
10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М., «Наука», 2008.
11. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М., «Наука», 2009.
12. Ким Г. Д., Крицков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Теоремы и задачи. Т.1. М.: Зерцало. М., 2003.
13. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Учебник для вузов в 3-х тт. – Дрофа, 2004.
14. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. М.: Физматлит, 2004.
15. Лунгу К. Н., Макаров Е. В. Высшая математика. Руководство к решению задач. Ч. 1. Изд. 2-е. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
16. Плотников А.Д. Дискретная математика. М.: Новое знание, 2005.
17. Тихомиров В.М. Дифференциальное исчисление (теория и приложения). М.: МЦНМО, 2002.
18. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И., Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2003.
19. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления в 3-х тт. М.: Физматлит, 2005.
20. Шипачев В.С. Высшая математика. Изд.10-е. М.: Высшая школа, 2010.

Интернет-источники.

1. <http://www.mccme.ru/free-books/> (свободно распространяемые издания МЦНМО).
2. <http://www.math.ru/lib/> (книги по математике для студентов и школьников)
3. <http://www.etudes.ru/ru> (этюды, выполненные с использованием современной компьютерной 3D-графики, увлекательно и интересно рассказывающие о математике и ее приложениях).
4. <https://ru.khanacademy.org/> (видеоролики по математике для студентов вузов).
5. <http://fcior.edu.ru/> (Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов).
6. <http://ru.wikipedia.org/wiki/Математика> (материал из Википедии - свободной энциклопедии).

Примерные задания для подготовки к вступительному испытанию.

Вопрос №1. Укажите правильный ответ, чему равен результат вычисления смешанного произведения трёх векторов $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$ и $C(x_3, y_3, z_3)$.

Вопрос №2. Даны векторы $\vec{a} = (4; -3; 10)$ и $\vec{b} = (3; 2; 1)$, тогда их векторное произведение имеет вид...

Вопрос №3. Градиент скалярного поля $u = y^2 + xz + z^2$ в точке имеет вид...
 $B(1; -1; 0)$

Потребуется выбрать правильный ответ из предлагаемых в задании. Например, предлагаемые ответы имеют вид:

- 1) $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$
- 2) $2\vec{j} + \vec{k}$
- 3) $-2\vec{j} + \vec{k}$
- 4) $\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

Вопрос №4. Матрица $B = \begin{pmatrix} \alpha & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ будет обратной к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ при α равном ...
Ответы:

- 1) 2
- 2) 1
- 3) 6
- 4) -2

Вопрос №5. Производная произведения $x^2 \cos x$ равна ...

Ответы:

- 1) $x(\cos x - x \sin x)$
- 2) $x(2 \cos x - x \sin x)$
- 3) $x(2 \cos x + x \sin x)$
- 4) $-2x \sin x$

Вопрос №6. Найти коэффициенты А, В, С в уравнении плоскости

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$, проходящей через прямую $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-4}{5}$

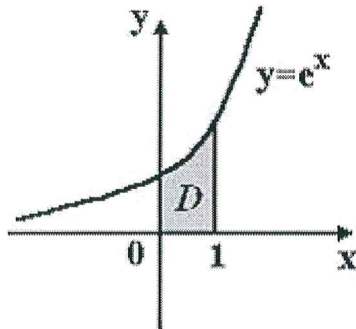
$$\frac{x-5}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-4}{5}$$

параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{1}$

Ответы:

	A	B	C
№1	-5	6	-7
№2	5	-6	7
№3	3	6	-7
№4	2	-5	4

Вопрос №7. Площадь криволинейной трапеции D



равна...

Ответы:

- 1) $e - 1$
- 2) e
- 3) $e + 1$
- 4) $2e$

Вопрос № 8. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49} = ?$ Указать номер правильного ответа:

Ответы:

- 1) 1/14
- 2) -1/56
- 3) 2/49

4) Не существует

Вопрос №9. Укажите соответствие между функциями №№ 1, 2, 3, 4 и их неопределенными интегралами а), б), в), г), д).

1) $y = \cos x \sin^2 x$	а) $\frac{1}{2}(\ln 2x)^2 + C$
2) $y = \frac{1}{\sin^2 x}$	б) $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$
3) $y = \frac{\ln 2x}{x}$	в) $-\operatorname{ctg} x + C$
4) $y = \frac{1}{(x-1)^3}$	г) $-\frac{1}{2(x-1)^2} + C$

Вопрос №10. Найти абсциссу точки перегиба функции $y = e^x(x^2 - 2x - 6)$ $> 0,2$

$y = e^x(x^2 - 2x - 6)$ в области $x > 2$. Указать номер правильного ответа.

Ответы:

- 1) 0,5
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 2,5

Вопрос №11. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2c \sin 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти коэффициент «с» функции распределения случайной величины X . Указать номер правильного ответа.

Ответы:

- 1) $c=1/4$
- 2) $c=1/2$
- 3) $c=1$
- 4) $c=2$

$$S = \int_{-1}^0 dy \int_{-y-1}^{y+1} f(x, y) dx + \int_0^1 dy \int_{y-1}^{1-y} f(x, y) dx$$

Вопрос №12. Пусть $S = \int_{-1}^0 dy \int_{-y-1}^{y+1} f(x, y) dx + \int_0^1 dy \int_{y-1}^{1-y} f(x, y) dx$. Тогда область D , площадь которой выражается данным интегралом, имеет вид...

Ответы:

- 1) трапеция
- 2) ромб
- 3) параллелограмм
- 4) треугольник

Вопрос №13. Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}$ и B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\sqrt[3]{n} - 1}$

Ответы:

- 1) A и B расходятся
- 2) A – сходится, B – расходится
- 3) A и B сходятся
- 4) A – расходится, B – сходится

Вопрос №14. С первого станка на сборку поступает 40%, со второго 60% всех деталей. Среди деталей, поступивших с первого станка 1% бракованных, со второго 5% бракованных. Тогда вероятность того, что поступившая на сборку деталь бракованная, равна ...

Ответы:

- 1) 0,036
- 2) 0,03
- 3) 0,034
- 4) 0,06

Вопрос № 15. Радиус сходимости степенного ряда

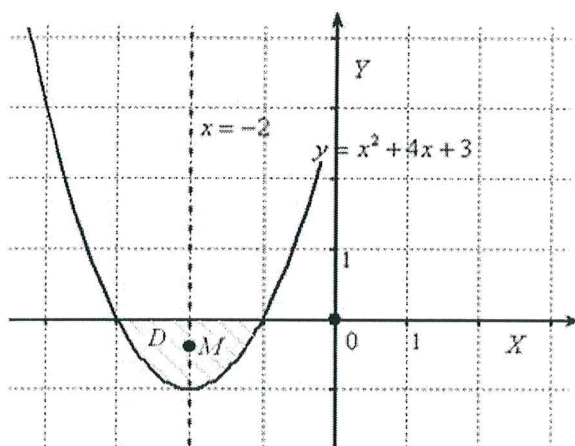
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^n}{(n+5)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^n}{(n+5)}$$

равен...

Ответы:

- 1) 1/3
- 2) 3
- 3) 0
- 4) ∞

Вопрос №16. Найти координаты центра тяжести фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 4x + 3$ и осью x (см. рисунок)



Ответы:

- 1) -2; -2/5
- 2) -1,5; -0,4
- 3) -2,5; -1/2

4)-2,5; -0,5

Вопрос № 17. Несобственный интеграл $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ равен

Ответы:

- 1) 2
- 2) -2
- 3) 0
- 4) расходится

Вопрос №18. Дана матрица A, найти определитель куба этой матрицы ($AAA=A^3$)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \det(A^3) = ?$$

Ответы:

- 1) 0
- 2) 1
- 3) 8
- 4) 64

Вопрос №19. Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 9, 10, 11, 13, 14. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна...

Ответы:

- 1) 14,25
- 2) 11
- 3) 11,2
- 4) 11,4

Вопрос №20. Дана функция $f(x) = \ln(1 + 4x)$, тогда первые три (отличные от нуля) члена разложения этой функции в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$ имеют вид...

Ответы:

- 1) $4x + 8x^2 + \frac{64}{3}x^3$
- 2) $4x + 8x^2 + 64x^3$
- 3) $4x - 8x^2 + \frac{64}{3}x^3$
- 4) $4x - 8x^2 + 64x^3$

Председатель экзаменационной комиссии

доцент

 /Н.А. Рустамов/