



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Российский государственный геологоразведочный университет  
имени Серго Орджоникидзе»**  
**(МГРИ)**

**УТВЕРЖДАЮ:**

Исполняющий обязанности ректора

Ю.П. Панов

от «31» октября 2022 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ В МАГИСТРАТУРУ  
(КОМПЛЕКСНЫЙ ЭКЗАМЕН) ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ  
01.04.04 «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»**

Закреплена за кафедрой математики

**МОСКВА 2022**

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Программа вступительных испытаний в магистратуру по направлению подготовки 01.04.04 «Прикладная математика» разработана в ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе» (МГРИ), реализующего основные профессиональные образовательные программы подготовки в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами высшего образования.

Программа вступительного испытания в магистратуру разработана в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.04 «Прикладная математика» и Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки магистров 01.04.04 «Прикладная математика».

Программа содержит перечень тем для вступительных испытаний и список рекомендуемой литературы для подготовки.

Вступительные испытания предназначены для определения теоретической и практической подготовленности поступающих в магистратуру и проводятся с целью определения соответствия знаний, умений и навыков требованиям обучения в магистратуре по направлению подготовки 01.04.04 «Прикладная математика».

## 2. ЦЕЛЬ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

**Цель вступительного испытания:** определение знаний, умений и навыков для освоения выбранного направления подготовки.

**Задачи вступительного испытания:**

- проверить уровень знаний и компетенций абитуриента в области математики; - определить готовность и возможность лица, поступающего в магистратуру, освоить выбранную магистерскую программу.

Вступительные испытания в магистратуру по направлению подготовки 01.04.04 «Прикладная математика» проводятся в форме компьютерного

тестирования. Продолжительность вступительных испытаний – 1 час (60 минут). Вступительные испытания содержат 20 заданий, имеющих одинаковые веса – 5 баллов. В сумме вес 20-ти заданий составляет 100 баллов.

Типы вопросов, представленных на вступительных испытаниях:

«Выберите один или несколько правильных вариантов ответа»;

«Установите соответствие».

### **3. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ, ВХОДЯЩИХ В ПРОГРАММУ**

#### **Раздел 1. Элементы математического анализа.**

- Понятие предела функции. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- Понятие производной. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной к плоской кривой. Правила дифференцирования. Применение производной к исследованию функций. Графики элементарных функций.
- Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши). Формула Тейлора.
- Понятие первообразной. Неопределенный интеграл.
- Интеграл Римана. Классы интегрируемых по Риману функций. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.
- Числовые ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье.
- Исследование функций на экстремумы.
- Кратные и криволинейные интегралы. Формулы Грина, Гаусса - Остроградского и Стокса.
- Производная по направлению. Градиент.
- Аналитические функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Теорема Коши. Интегральная формула Коши.

- Принцип максимума модуля для аналитических и гармонических функций.
- Принцип сжимающих отображений. Условия сжимаемости линейного отображения. Применения метода сжимающих отображений для решения систем линейных и нелинейных уравнений.
- Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Критерий полноты ортогональной системы.
- Фундаментальная матрица однородной системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Определитель Вронского и его свойства. Формула Лиувилля. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка.
- Уравнения математической физики.

## **Раздел 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.**

- Операции над комплексными числами. Формулы Эйлера. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Формулировка теоремы Гаусса об алгебраических полиномах.
- Формулы Виета. Формулы Кардано.
- Операции над матрицами. Умножение матриц. Ортогональные матрицы. Диагональные и треугольные матрицы. Вычисление определителей матриц. Вычисление обратной матрицы с помощью определителей. Формулы Крамера.
- Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы и её следствия. Базисные столбцы (строки) матрицы. Теорема Кронекера – Капелли. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Теорема о структуре общего решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.
- Понятие линейного пространства (вещественного и комплексного). Простейшие следствия из аксиом линейного пространства. Линейно независимые системы векторов. Признаки линейной независимости систем

векторов. Понятия базиса, размерности и подпространства. Изменение координат вектора при изменении базиса.

- Операции над геометрическими векторами. Свойства скалярного и векторного произведений. Геометрический смысл смешанного произведения. Формулы для координат вектора в ортогональном базисе. Выражение скалярного, векторного и смешанного произведений через координаты векторов.

- Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Вычисление угла между плоскостями. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.

- Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Условия компланарности двух прямых. Вычисление угла между двумя пересекающимися прямыми. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.

- Взаимное расположение прямой и плоскости. Вычисление координат точки пересечения прямой и плоскости. Вычисление угла между прямой и плоскостью. Формулы для вычисления расстояния между прямыми в пространстве (случай параллельных и скрещивающихся прямых).

- Собственные векторы и собственные значения матриц. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен матрицы. Алгебраическая и геометрическая кратности собственного значения. Каноническая жорданова форма.

### **Раздел 3. Элементы теории вероятностей и математической статистики.**

- Пространство элементарных событий. Вероятностное пространство. Классическая схема. Свойства вероятности. Основные теоремы теории вероятностей. Условная вероятность, независимость событий. Теорема о полной вероятности. Теорема Байеса.

- Последовательности независимых случайных величин. Схема испытаний Бернулли. Локальная теорема Лапласа, интегральная теорема Лапласа.

- Числовые характеристики случайных величин. Закон Пуассона. Интегральная функция распределения. Сингулярные распределения. Непрерывные распределения. Дифференциальная функция и ее свойства. Равномерное распределение. Нормальное распределение.

- Статистическая оценка параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.

- Задача выбора между двумя конкурирующими гипотезами. Отношение правдоподобия. Ошибки I и II рода. Понятие мощности критерия, наиболее мощный критерий. Оценивание неизвестных параметров прямой линии регрессии. Метод наименьших квадратов. Выбор критерия для проверки статистических гипотез.

#### **Раздел 4. Элементы дискретной математики.**

- Способы задания конечных множеств. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Кванторы общности и существования. Мощность множества. Равенство множеств. Подмножество. Определения и свойства операций над множествами. Разбиения множества. Прямое (декартово) произведение множеств. Степень множества.

- Основные виды бинарных отношений. Операции над отношениями.

- Логические операции над высказываниями. Логические законы и тавтологии. Алгебра высказываний.

- Понятие графа. Способы задания графов. Ориентированные и неориентированные графы. Матрицы смежности и инцидентности. Понятие подграфа. Пути в графе. Определения маршрута, цепи, цикла, простой цепи и простого цикла. Подсчет числа маршрутов в графе. Понятие связности. Эйлеровы и гамильтоновы циклы в графе. Задача коммивояжера. Построение деревьев в графе. Дерево, корни, ветви. Определение дерева. Понятие расстояния в графе.

## Раздел 5. Элементы численного анализа.

- Постановка задачи интерполирования. Интерполяционные формулы Лагранжа, Ньютона и Эрмита. Чебышевские узлы интерполирования. Интерполяционные кубические сплайны. Вариационное свойство кубических сплайнов. В-сплайны.
- Дискретное преобразование Фурье. Алгоритм Кули-Тьюки быстрого преобразования Фурье. Вычисление коэффициентов Фурье и Тейлора с помощью быстрого преобразования Фурье.
- Алгебраический порядок точности квадратурной формулы. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Квадратурная формула Гаусса.
- Классификация систем уравнений по числу решений. Геометрическая интерпретация множеств решений систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Холесского. Метод прогонки. Итерационные методы решения систем линейных уравнений.
- Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Правило Рунге для оценки погрешности.

## 4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов Б.Н.. Дискретная математика и теория графов. М.: Юрайт, 2021.
2. Седых И.Ю., Гребенщиков Ю.Б. Дискретная математика. С-П.: КноРус, 2020
3. Колмогоров А.Н., Драгалин А.В. Математическая логика. М.: Ленанд, 2021.
4. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1984 или цифровой вариант.
5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Физматлит, 2008.

6. Борзунов С.В. Кургалин С.Д. Задачи по дискретной математике. СПб.: БХВ-Петербург, 2016.
7. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд.11-е. М.: Изд-во Юрайт, 2021.
8. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: Едиториал УРСС, 2019.
9. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1,2. М: Мир и образование, 2021.
10. Зорич В.А. Математический анализ, в 2-х тт. М.: МЦНМО. 2019.
11. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М., Физматлит, 2019.
12. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М., Физматлит, 2014.
13. Ким Г. Д., Крицков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Теоремы и задачи. Т.1. М.: Зерцало. М., 2003.
14. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Учебник для вузов в 3-х тт. М.: Юрайт, 20019.
15. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. М.: Физматлит, 2004.
16. Лунгу К. Н., Макаров Е. В. Высшая математика. Руководство к решению задач. Ч. 1. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.
17. Плотников А.Д. Математический анализ и дискретная математика. М.: Юрайт, 2021.
18. Тихомиров В.М. Дифференциальное исчисление (теория и приложения). М.: МЦНМО, 2002.
19. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1999 или любое другое позднее издание
20. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И., Курс математического анализа. М.: Бином, 2013.
21. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления в 3-х тт. М.: Лань, 2021.

22. Шипачев В.С. Высшая математика. Изд.10-е. М.: Высшая школа, 2010.

### Примерные задания вступительного испытания

А) Вопрос: Укажите правильный ответ, чему равен результат вычисления смешанного произведения (ABC) векторов  $A(2,1,2)$ ,  $B(1,6,0)$  и  $C(5,0,0)$

Ответы:

- 1) 8
- 2) -60
- 3) 0
- 4) 10

Правильный ответ: 2; вес ответа – 5 баллов

Б) Вопрос: Производная функции  $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}$  равна:

- 1)  $\frac{1}{1+x^2}$ ;
- 2)  $\frac{x}{1+x^2}$ ;
- 3)  $\frac{1}{1+x^2} - x$ ;
- 4)  $\frac{x-1}{1+x^2}$ ;
- 5) другой ответ.

Правильный ответ-1; вес ответа – 5 баллов

В) Вопрос: Укажите соответствие между функциями № 1, 2, 3, 4 и их неопределенными интегралами а), б), в), г).

- |                      |  |
|----------------------|--|
| 1) $y = x e^x$       | а) $\frac{1}{6}(2x+3)^3 + C$             |
| 2) $y = \sqrt{3x-1}$ | б) $x e^x - e^x + C$                     |
| 3) $y = x \sin x$    | в) $\frac{2}{9}(3x-1)^{\frac{3}{2}} + C$ |
| 4) $y = (2x+3)^2$    | г) $-x \cos x + \sin x + C$              |

Ответы:

$y$	$\int y dx$
1	
2	
3	

4	
---	--

Правильный ответ: bcda; вес ответа – 5 баллов

Г) Вопрос: Укажите соответствие между функциями №№ 1, 2, 3, 4 и их неопределенными интегралами а), б), с), д).

1)  $y = \cos x e^x$

a)  $-\sqrt{1-x^2} + C$

2)  $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

b)  $\frac{1}{2} \ln |2x-1| + C$

3)  $y = \frac{1}{2x-1}$

c)  $\arctg x + C$

4)  $y = \frac{1}{1+x^2}$

d)  $\frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + C$

Ответы:

y	$\int y dx$
1	
2	
3	
4	

Правильный ответ: dabc; вес ответа – 5 баллов

Председатель экзаменационной комиссии

\_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_