

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: ПАНОВ Юрий Петрович
Должность: Ректор
Дата подписания: 30.10.2025 17:42:35
Уникальный программный ключ:
e30ba4f0895d1683ed43800960e77389e6cbff62

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе"

(МГРИ)

Элементы функционального анализа рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Математики**
Учебный план b010304_22_PM22.plx
Направление подготовки 01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
Квалификация **Бакалавр**
Форма обучения **очная**
Общая трудоемкость **4 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 144
в том числе:
аудиторные занятия 66,35
самостоятельная работа 29,65
часов на контроль 48

Виды контроля в семестрах:
экзамены 4

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	4 (2.2)		Итого	
	УП	РП		
Неделя	15 4/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	32	32	32	32
Практические	32	32	32	32
Иные виды контактной работы	2,35	2,35	2,35	2,35
В том числе инт.	12	12	12	12
Итого ауд.	66,35	66,35	66,35	66,35
Контактная работа	66,35	66,35	66,35	66,35
Сам. работа	29,65	29,65	29,65	29,65
Часы на контроль	48	48	48	48
Итого	144	144	144	144

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1	- ознакомление студентов с основными положениями функционального анализа;
1.2	
1.3	- создание теоретической основы эффективных методов решения теоретических и прикладных задач на уровне общих математических идей, из разных разделов математики;
1.4	
1.5	- приучить студентов видеть внутреннюю логику развития теории множеств, общей теории непрерывных отображений метрических и топологических пространств, линейных пространств, функционалов и операторов на них, теории меры и интегрирования в пространствах с мерой;
1.6	- понимать возможности применения идей функционального анализа в прикладных и в более абстрактных областях современной математики

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия
2.1.2	Математический анализ
2.2	Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ОПК-1: Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	
Знать:	
Уровень 1	основные законы фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин
Уровень 2	законы фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин, применяемые в инженерной практике
Уровень 3	*
Уметь:	
Уровень 1	использовать основные законы фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении прикладных задач
Уровень 2	использовать законы фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин в инженерной практике
Уровень 3	*
Владеть:	
Уровень 1	приемами использования основных законов фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении прикладных задач
Уровень 2	методикой использования основных законов фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении прикладных задач и в инженерной практике
Уровень 3	*

ОПК-2: Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	
Знать:	
Уровень 1	основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, теории поля; основы дифференциального и интегрального исчисления; основные положения теории функций комплексного переменного и операционного исчисления; основные законы классической и современной физики
Уровень 2	положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, теории поля; основы дифференциального и интегрального исчисления одного и нескольких переменных; основные положения теории функций комплексного переменного и операционного исчисления
Уровень 3	*
Уметь:	
Уровень 1	определять возможности применения теоретических математических положений и методов для постановки и решения типовых прикладных задач; использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с

	другой; производить оценку качества полученных решений прикладных задач; проводить экспериментальные научные исследования различных физических явлений и оценивать погрешности измерений
Уровень 2	определять возможности применения теоретических математических положений и методов для постановки и решения конкретных прикладных задач; использовать алгоритмические приемы решения стандартных и нестандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с другой; производить оценку качества полученных решений прикладных задач; проводить экспериментальные научные исследования различных физических явлений и оценивать погрешности измерений
Уровень 3	*
Владеть:	
Уровень 1	стандартными методами и моделями математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и их применением к решению прикладных задач; навыками работы и программирования в различных операционных средах
Уровень 2	на высоком уровне методами и моделями математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и их применением к решению прикладных задач; навыками работы и программирования в различных операционных средах
Уровень 3	*

ПК-7: Способен самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук

Знать:	
Уровень 1	Взаимосвязь математики с другими естественно-научными дисциплинами и дисциплинами профессионального цикла; основы смежных дисциплин, знания из которых необходимы для решения задачи исследования.
Уровень 2	Источники информации, необходимой для профессиональной деятельности, современный отечественный и зарубежный опыт в профессиональной деятельности, методы и приемы формализации задач.
Уровень 3	*
Уметь:	
Уровень 1	Использовать источники для получения необходимых знаний из смежных областей науки и техники для решения поставленной задачи; самостоятельно находить и применять полученные знания для уточнения и эффективного решения прикладных и научно-исследовательских задач; анализировать исходную документацию.
Уровень 2	Разрабатывать пользовательскую документацию.
Уровень 3	*
Владеть:	
Уровень 1	Навыками систематизации знаний и формализации проблемы; навыками логического и функционального анализа, работы с первоисточниками.
Уровень 2	Приемами документирования собранных данных в соответствии с регламентами организации; методикой разработки руководства программиста ИС.
Уровень 3	*

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	Источники информации, необходимой для профессиональной деятельности, современный отечественный и зарубежный опыт в профессиональной деятельности, методы и приемы формализации задач.
3.2	Уметь:
3.2.1	Разрабатывать пользовательскую документацию.
3.3	Владеть:
3.3.1	Приемами документирования собранных данных в соответствии с регламентами организации; методикой разработки руководства программиста ИС.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Теория множеств. Метрические и нормированные пространства						
1.1	Тема 1. Операции над множествами. Понятие мощности множества. /Лек/	4	3	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	

1.2	Тема 1. Операции над множествами. Понятие мощности множества. /Пр/	4	3	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
1.3	Тема 2. Понятие метрики. Предельные и граничные точки множества. Открытость и замкнутость. Примеры метрических пространств. /Лек/	4	3	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
1.4	Тема 2. Понятие метрики. Предельные и граничные точки множества. Открытость и замкнутость. Примеры метрических пространств. /Пр/	4	3	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
1.5	Тема 3. Нормированные пространства. Компактность в метрических пространствах. Непрерывные отображения. Свойства отображений на компактах. Принцип сжимающих отображений. /Лек/	4	4	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
1.6	Тема 3. Нормированные пространства. Компактность в метрических пространствах. Непрерывные отображения. Свойства отображений на компактах. Принцип сжимающих отображений. /Пр/	4	4	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	2	
1.7	Самостоятельная работа /Ср/	4	10	ПК-7	Л1.1	0	
	Раздел 2. Раздел 2. Измеримые функции и интеграл Лебега						
2.1	Тема 4. Измеримые множества. /Лек/	4	3	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
2.2	Тема 4. Измеримые множества. /Пр/	4	3	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	3	
2.3	Тема 5. Измеримые функции. /Лек/	4	3	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
2.4	Тема 5. Измеримые функции. /Пр/	4	3	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	3	
2.5	Тема 6. Интеграл Лебега. /Лек/	4	4	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
2.6	Тема 6. Интеграл Лебега. /Пр/	4	4	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	4	
2.7	Самостоятельная работа /Ср/	4	10	ПК-7	Л1.1	0	
	Раздел 3. Раздел 3. Обобщенные функции						
3.1	Тема 7. Пространства основных функций Пространство K_m (и K_0). Пространство S . /Лек/	4	4		Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
3.2	Тема 7. Пространства основных функций Пространство K_m (и K_0). Пространство S . /Пр/	4	4	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
3.3	Тема 8. Регулярные обобщенные функции. Сингулярные обобщенные функции. /Лек/	4	4	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
3.4	Тема 8. Регулярные обобщенные функции. Сингулярные обобщенные функции. /Пр/	4	4	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
3.5	Тема 9. Производные обобщенной функции. Бесконечная дифференцируемость обобщенных функций. /Лек/	4	4	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
3.6	Тема 9. Производные обобщенной функции. Бесконечная дифференцируемость обобщенных функций. /Пр/	4	4	ПК-7	Л1.1 Э1 Э2 Э3	0	
3.7	Самостоятельная работа /Ср/	4	9,65	ПК-7	Л1.1	0	
3.8	Экзамен /ИВКР/	4	2,35	ПК-7		0	

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

5.1. Контрольные вопросы и задания

Перечень вопросов, выносимых на экзамен по дисциплине Б1.В.11 «Элементы функционального анализа»

1. Операции над множествами. Примеры инъекции, биекции, сюръекции.
2. Понятие мощности множества. Примеры множеств различной мощности.
3. Понятие метрики, основные определения (предел последовательности, предельные и граничные точки множества, открытость и замкнутость, доказательство открытости и замкнутости открытого и замкнутого шаров). Примеры метрических пространств.
4. Мера Лебега. Измеримые функции (определение, алгебраические операции).
5. Интеграл Лебега: конструкция и свойства.
6. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Связь интегралов Лебега и Римана.
7. Полнота (понятие фундаментальной последовательности, полнота n -мерного евклидова пространства, полнота пространства $C[a, b]$). Определение и примеры.
8. Линейные нормированные пространства. Линейные непрерывные операторы. Классические функциональные пространства $C[a, b]$, $L_p(a, b)$ и пространства последовательностей (сходимость, полнота, сепарабельность, компактность).
9. Линейные нормированные пространства. Изоморфизм конечномерных линейных нормированных пространств. Конечномерность и компактность.
10. Компактность в метрических пространствах. Непрерывные отображения. Свойства отображений на компактах. Принцип сжимающих отображений.
11. Теорема о последовательности вложенных замкнутых сфер в полном пространстве.
12. Принцип сжимающих отображений.
13. Евклидовы пространства. Гильбертовы пространства. Ортогональное разложение гильбертова пространства.
14. Ортогональные, полные и замкнутые системы. Существование полной ортонормальной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве.
15. Норма в линейном пространстве. Введение метрики через норму. Примеры нормированных пространств.
16. Норма оператора. Пространство линейных непрерывных операторов. 17. Сопряженное пространство. Теорема Хана-Банаха и ее следствия.
18. Общий вид линейных функционалов в некоторых классических пространствах.
19. Вполне непрерывные операторы. Сопряженный и самосопряженный операторы.
20. Скалярное произведение, его свойства, неравенство Коши-Буняковского, определение нормы через скалярное произведение и доказательство свойств нормы.
21. Линейные функционалы, свойства линейных функционалов, сопряженное пространство, теорема о функционалах с совпадающим ядром.
22. Общий вид линейных функционалов в разных пространствах. Ряды Фурье для ограниченной периодической функции. Основная теорема о сходимости ряда Фурье.
23. Ряды Фурье для функции, заданной на отрезке $[0, T/2]$. Ускорение. Равенство Парсеваля, свойства минимальности сумм Фурье.
24. Пространства основных функций. Пространство K_m (и K_0). Пространство S . Примеры.
25. Регулярные обобщенные функции. Сингулярные обобщенные функции.
26. Дельтаобразные последовательности. Примеры.
27. Производные обобщенной функции. Бесконечная дифференцируемость обобщенных функций.
28. Примеры дифференцирования обобщенных функций (без примеров для $x \square +$ или $L_p(x) +$).

5.2. Темы письменных работ

Не предусмотрены.

5.3. Оценочные средства

Рабочая программа дисциплины "Элементы функционального анализа" обеспечена оценочными средствами для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, включающими контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации, критерии оценивания учебной деятельности обучающихся по балльно-рейтинговой системе, примеры заданий для практических и лабораторных занятий, билеты для проведения промежуточной аттестации. Все оценочные средства представлены в Приложении 1.

5.4. Перечень видов оценочных средств

Оценочные средства разработаны для всех видов учебной деятельности студента – лекций, практических занятий, самостоятельной работы и промежуточной аттестации.

Оценочные средства представлены в виде:

- средств текущего контроля: проверочных работ по решению задач, дискуссии по теме;
- средств итогового контроля – промежуточной аттестации: экзамена в 4 семестре.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
---------------------	----------	-------------------

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Колмогоров А. Н., Фомин С. В.	Элементы теории функций и функционального анализа	М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"			
Э1	ЭБС ЛАНЬ		
Э2	ЭБС КДУ		
Э3	Официальный сайт МГРИ-РГГРУ. Раздел: Учебные фонды - Учебно-методическое обеспечение		

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудитория	Назначение	Оснащение	Вид
4-28	Аудитория для лекционных, практических занятий и семинарских работ.	Набор учебной мебели на 24 посадочных места (12 парт), стол преподавателя, 25 стульев, Доска меловая.	

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по изучению дисциплины «Элементы функционального анализа» представлены в Приложении 2 и включают в себя:

1. Методические указания для обучающихся по организации учебной деятельности.
2. Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся.
3. Методические указания по организации процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.