

Документ подписан простой электронной подписью.  
Информация о владельце:  
ФИО: ПАНОВ Юрий Петрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 30.10.2025 17:42:35  
Уникальный программный ключ:  
e30ba4f0895d1683ed43800960e77389e6cbff62

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе"**

(МГРИ)

## Уравнения в частных производных рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	<b>Математики</b>	
Учебный план	b010304_22_PM22.plx Направление подготовки 01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
Квалификация	<b>Бакалавр</b>	
Форма обучения	<b>очная</b>	
Общая трудоемкость	<b>3 ЗЕТ</b>	
Часов по учебному плану	108	Виды контроля в семестрах: зачеты 4
в том числе:		
аудиторные занятия	56,25	
самостоятельная работа	51,75	

### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	4 (2.2)		Итого	
	Неделя 15 4/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	14	14	14	14
Практические	42	42	42	42
Иные виды контактной работы	0,25	0,25	0,25	0,25
В том числе инт.	13	13	13	13
Итого ауд.	56,25	56,25	56,25	56,25
Контактная работа	56,25	56,25	56,25	56,25
Сам. работа	51,75	51,75	51,75	51,75
Итого	108	108	108	108

Москва 2023

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1	Цель преподавания дисциплины Б1.В.ОД.6 «Уравнения в частных производных» является ознакомление студентов с основными типами уравнений в частных производных, их выводом из физических задач и методами исследования решений;
1.2	закрепление представлений об уравнениях с частными производными как об обширной области математического моделирования, имеющей важное прикладное значение;
1.3	обучение методам сведения различных естественнонаучных задач к уравнениям математической физики, их решения и правильной интерпретации полученных результатов в практических целях.
1.4	Дисциплина «Уравнения в частных производных» имеет своей целью ознакомить студентов с важнейшими понятиями и методами дискретной математики и с типовыми задачами, решаемыми с их применением. Основная задача дисциплины – привитие навыков применения теоретических основ дискретной математики и соответствующего логического аппарата дискретной математики в различных областях профессиональной и научно-исследовательской деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	
2.1	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия
2.1.2	Программирование для ЭВМ
2.2	<b>Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
<b>ПК-7: Способен самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук</b>	
<b>Знать:</b>	
Уровень 1	- взаимосвязь математики с другими естественно-научными дисциплинами и дисциплинами профессионального цикла;
Уровень 2	- основы смежных дисциплин, знания из которых необходимы для решения задачи исследования; - источники информации, необходимой для профессиональной деятельности, современный отечественный и зарубежный опыт в профессиональной деятельности, методы и приемы формализации задач
Уровень 3	*
<b>Уметь:</b>	
Уровень 1	- использовать источники для получения необходимых знаний из смежных областей науки и техники для решения поставленной задачи; - самостоятельно находить и применять полученные знания для уточнения и эффективного решения прикладных и научно-исследовательских задач;
Уровень 2	- анализировать исходную документацию; - разрабатывать пользовательскую документацию
Уровень 3	*
<b>Владеть:</b>	
Уровень 1	- навыками систематизации знаний и формализации проблемы; - навыками логического и функционального анализа, работы с первоисточниками;
Уровень 2	- приемами документирования собранных данных в соответствии с регламентами организации; - методикой разработки руководства программиста ИС
Уровень 3	*

**В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	Базовые понятия и основные теоремы уравнений в частных производных; технические приёмы и методы, используемые в различных разделах дисциплины
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	Выбирать эффективные алгоритмы и использовать методы решения стандартных задач уравнений в частных производных
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	Владеть материалом дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в практической деятельности и требующие углублённых профессиональных знаний; основными приёмами решения практических задач

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	<b>Раздел 1. Классификация уравнений в частных производных</b>						
1.1	1. Классификация и приведение к каноническому виду в точке линейных уравнений в частных производных второго порядка со многими независимыми переменными. 2. Характеристики уравнений в частных производных второго порядка. 3. Общая постановка задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных второго порядка. 4. Роль характеристик в задаче Коши. 5. О корректности постановки задач математической физики. 6. Теорема Ковалевской. Пример Адамара. /Лек/	4	2		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
1.2	1. Классификация и приведение к каноническому виду в точке линейных уравнений в частных производных второго порядка со многими независимыми переменными. 2. Характеристики уравнений в частных производных второго порядка. 3. Общая постановка задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных второго порядка. 4. Роль характеристик в задаче Коши. 5. О корректности постановки задач математической физики. 6. Теорема Ковалевской. Пример Адамара. /Пр/	4	4		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	4	
1.3	Самостоятельная работа /Ср/	4	6		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
	<b>Раздел 2. Гиперболические уравнения</b>						

2.1	<p>1. Единственность решения и область зависимости задача Коши для волнового уравнения. Энергетическое интегральное неравенство.</p> <p>2. Уравнение колебания струны. Анализ формулы Даламбера.</p> <p>3. Решение задача Коши для волнового уравнения.</p> <p>4. Формула Кирхгофа. Физическая интерпретация формул Кирхгофа.</p> <p>5. Метод спуска. Формулы Пуассона и Даламбера.</p> <p>6. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения. Запаздывающие потенциалы.</p> <p>7. Смешанная краевая задача для гиперболических уравнений. Единственность решения смешанной задачи. Непрерывная зависимость от решения от начальных условий. Смешанная задача с переменными коэффициентами (<math>n=1</math>). Метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Обобщенное решение смешанной краевой задачи. /Лек/</p>	4	3		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
2.2	<p>1. Единственность решения и область зависимости задача Коши для волнового уравнения. Энергетическое интегральное неравенство.</p> <p>2. Уравнение колебания струны. Анализ формулы Даламбера.</p> <p>3. Решение задача Коши для волнового уравнения.</p> <p>4. Формула Кирхгофа. Физическая интерпретация формул Кирхгофа.</p> <p>5. Метод спуска. Формулы Пуассона и Даламбера.</p> <p>6. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения. Запаздывающие потенциалы.</p> <p>7. Смешанная краевая задача для гиперболических уравнений. Единственность решения смешанной задачи. Непрерывная зависимость от решения от начальных условий. Смешанная задача с переменными коэффициентами (<math>n=1</math>). Метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Обобщенное решение смешанной краевой задачи. /Пр/</p>	4	10		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	9	
2.3	Самостоятельная работа /Ср/	4	10		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
	<b>Раздел 3. Уравнения параболического типа</b>						

3.1	<p>1. Первая краевая задача. Принцип максимума. Единственность. Непрерывная зависимость решения от условий на границе и правых частей уравнения.</p> <p>2. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в неограниченной полосе.</p> <p>3. Построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности методом Фурье. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Физический смысл фундаментального решения. /Лек/</p>	4	4		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
3.2	<p>1. Первая краевая задача. Принцип максимума. Единственность. Непрерывная зависимость решения от условий на границе и правых частей уравнения.</p> <p>2. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в неограниченной полосе.</p> <p>3. Построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности методом Фурье. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Физический смысл фундаментального решения. /Пр/</p>	4	10		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
3.3	Самостоятельная работа /Ср/	4	11		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
<b>Раздел 4. Элементы теории обобщенных функций</b>							
4.1	<p>1. Физическая интерпретация <math>\square</math>-функции. Определение <math>\square</math>-функционала и его свойства.</p> <p>2. Определение обобщенных функций. Регулярные обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций.</p> <p>3. Прямое произведение и свертка обобщенных функций.</p> <p>4. Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов. /Лек/</p>	4	2		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
4.2	<p>1. Физическая интерпретация <math>\square</math>-функции. Определение <math>\square</math>-функционала и его свойства.</p> <p>2. Определение обобщенных функций. Регулярные обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций.</p> <p>3. Прямое произведение и свертка обобщенных функций.</p> <p>4. Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов. /Пр/</p>	4	9		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
4.3	Самостоятельная работа /Ср/	4	11		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
<b>Раздел 5. Эллиптические уравнения</b>							

5.1	<p>1. Определения. Уравнение Лапласа. Фундаментальные решения. Формулы Грина.</p> <p>2. Интегральное представление функций класса на плоскости. Потенциалы: логарифмический, простого слоя, двойного слоя. Обобщение на пространство: объемный потенциал, потенциал простого слоя, потенциал двойного слоя.</p> <p>3. Гармонические функции. Свойства гармонических функций.</p> <p>4. Внутренние задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения.</p> <p>5. Функция Грина для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для круга. Теоремы Харнака и Лиувилля.</p> <p>6. Внешние задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения.</p> <p>7. Теория потенциала. Потенциал простого слоя. Потенциал двойного слоя.</p> <p>8. Теоремы о скачках потенциала двойного слоя и нормальной производной потенциала простого слоя.</p> <p>9. Сведение к интегральным уравнениям внутренней задачи Дирихле и внешней краевой задачи Неймана. Исследование полученных</p>	4	3		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
-----	--	---	---	--	------------------------------	---	--

5.2	1. Определения. Уравнение Лапласа. Фундаментальные решения. Формулы Грина. 2. Интегральное представление функций класса на плоскости. Потенциалы: логарифмический, простого слоя, двойного слоя. Обобщение на пространство: объемный потенциал, потенциал простого слоя, потенциал двойного слоя. 3. Гармонические функции. Свойства гармонических функций. 4. Внутренние задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения. 5. Функция Грина для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для круга. Теоремы Харнака и Лиувилля. 6. Внешние задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения. 7. Теория потенциала. Потенциал простого слоя. Потенциал двойного слоя. 8. Теоремы о скачках потенциала двойного слоя и нормальной производной потенциала простого слоя. 9. Сведение к интегральным уравнениям внутренней задачи Дирихле и внешней краевой задачи Неймана. Исследование полученных	4	9		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
5.3	Самостоятельная работа /Ср/	4	13,75		Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	
5.4	Иные виды контактной работы /ИВКР/	4	0,25			0	

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### 5.1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы и задания для подготовки к промежуточной аттестации:

1. Уравнения малых поперечных колебаний струны. Уравнения малых поперечных колебаний мембраны.
2. Уравнения гидродинамики.
3. Уравнения акустики
4. Уравнения распространения тепла в пространстве.
5. Стационарные случаи основных уравнений
6. Постановка краевой задачи для уравнения струны.
7. Постановка краевой задачи для уравнения колебаний мембраны
8. Постановка задач для уравнения теплопроводности
9. Классификация и приведение к каноническому виду в точке линейных уравнений в частных производных второго порядка со многими независимыми переменными.
10. Характеристики уравнений в частных производных второго порядка.
11. Общая постановка задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных второго порядка. Роль характеристик в задаче Коши.
12. Корректность постановки задач математической физики.
13. Теорема Ковалевской.
14. Единственность решения и область зависимости задачи Коши для волнового уравнения.
15. Решение задачи Коши для однородного волнового уравнения на прямой
16. Решение задачи Коши для однородного волнового уравнения на плоскости
17. Решение задачи Коши для однородного волнового уравнения в пространстве
18. Корректность постановки задачи Коши.
19. Физическая интерпретация формул Кирхгофа, Даламбера и Пуассона.
20. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения.
21. Смешанная краевая задача для гиперболических уравнений ( $n=2$ ). Единственность решения.
22. Смешанная краевая задача для гиперболических уравнений с переменными коэффициентами ( $n=1$ ):

23.Метод Фурье
24.Обобщенное решение смешанной краевой задачи. Единственность непрерывная зависимость от начальных условий.
Задания для текущего контроля представлены в Приложении 1
<b>5.2. Темы письменных работ</b>
Не предусмотрены.
<b>5.3. Оценочные средства</b>
Рабочая программа дисциплины "Уравнения в частных производных" обеспечена оценочными средствами для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, включающими контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации, критерии оценивания учебной деятельности обучающихся по балльно-рейтинговой системе, примеры заданий для практических и лабораторных занятий, билеты для проведения промежуточной аттестации. Все оценочные средства представлены в Приложении 1.
<b>5.4. Перечень видов оценочных средств</b>
Оценочные средства разработаны для всех видов учебной деятельности студента – лекций, практических занятий, самостоятельной работы и промежуточной аттестации. Оценочные средства представлены в виде: - средств текущего контроля: тестирования, собеседования при сдаче отчетов по практическим занятиям, дискуссии по теме; - средств итогового контроля – промежуточной аттестации: зачета в 4 семестре.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Нефедов В. Н., Осипова В. А.	Курс дискретной математики	М.: Изд-во МАИ, 1992

#### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Лавров И. А., Максимова Л. Л.	Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов	М.: Физматлит, 1995
Л2.2	Яблонский С. В.	Введение в дискретную математику	М.: Высшая школа, 2008

### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Электронная библиотечная система «БиблиоТех» ООО «Книжный Дом Университета»
Э2	Электронно-библиотечная система «Издательство Лань»
Э3	Официальный сайт МГРИ-РГГРУ. Раздел: Учебные фонды - Учебно-методическое обеспечение

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудитория	Назначение	Оснащение	Вид
4-38	Компьютерный класс, аудитория для практических занятий и лабораторных работ	Столы ученические -8 шт, столы компьютерные – 15 шт, стол преподавателя- 1 шт, стулья – 32 шт, шкафы для уч. литературы -2 шт., доска маркерная – 1 шт, экран рулонный – 1 шт, проектор – 1 шт. моноблоки Enigma Venus 210 – 5 шт, компьютеры Enigma Jupiter 220 (+ монитор ASUS VA-24D)- 10 шт. Доступ в интернет. (не функционирует)	

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по изучению дисциплины «Уравнения в частных производных» представлены в Приложении 2 и включают в себя:

1. Методические указания для обучающихся по организации учебной деятельности.
2. Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся.
3. Методические указания по организации процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.