МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе"

(МГРИ)

Введение в дифференциальную геометрию

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	**Математики**
Учебный план	b010304_22_PM22.plx Направление подготовки 01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
Квалификация	**Бакалавр**
Форма обучения	**очная**
Общая трудоемкость	**2 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 72
в том числе:
аудиторные занятия 28,25
самостоятельная работа 43,75

Виды контроля в семестрах:
зачеты 6

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**6 (3.2)**		Итого	
Недель	16 5/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	14	14	14	14
Практические	14	14	14	14
Иные виды контактной работы	0,25	0,25	0,25	0,25
В том числе инт.	6	6	6	6
Итого ауд.	28,25	28,25	28,25	28,25
Контактная работа	28,25	28,25	28,25	28,25
Сам. работа	43,75	43,75	43,75	43,75
Итого	72	72	72	72

Москва 2023

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1	- ознакомление студентов с теоретическими основами элементов общей геометрии;
1.2	
1.3	- закрепление представлений об основных понятиях математического анализа и алгебры и их применений для построения эффективных методов решения теоретических и практических задач, в частности, для решения дифференциальных уравнений и уравнений математической физики, имеющих большое прикладное значение в геологии и геофизике;

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Дифференциальные уравнения
2.1.2	Линейная алгебра и аналитическая геометрия
2.1.3	Математический анализ
2.2	**Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Прикладные методы алгебры и анализа
2.2.2	Прикладные методы гармонического анализа
2.2.3	Компьютерные технологии обучения
2.2.4	Математическое моделирование в геофизике

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ПК-7: Способен самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	
Знать:	
Уровень 1	взаимосвязь математики с другими естественно-научными дисциплинами и дисциплинами профессионального цикла
Уровень 2	основы смежных дисциплин, знания из которых необходимы для решения задачи исследования
Уровень 3	*
Уметь:	
Уровень 1	использовать источники для получения необходимых знаний из смежных областей науки и техники для решения поставленной задачи
Уровень 2	самостоятельно находить и применять полученные знания для уточнения и эффективного решения прикладных и научноисследовательских задач
Уровень 3	*
Владеть:	
Уровень 1	навыками систематизации знаний и формализации проблемы
Уровень 2	навыками логического и функционального анализа, работы с первоисточниками
Уровень 3	*

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	знать основные принципы построения математических моделей и
3.1.2	программирования для в различных программных средах, основные направления развития технологий программирования;
3.2	**Уметь:**
3.2.1	использовать метод математического моделирования, использовать известные разработанные современные языки программирования для решения профессиональных задач
3.3	**Владеть:**
3.3.1	методом математического моделирования и программными средствами для решения прикладных и практических задач, возникающих в профессиональной деятельности

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Римановы и псевдоримановы пространства						

1.1	Группы преобразований и движения метрики. Движения евклидовой метрики для R2 и R3. Группы: аффинная, ортогональная, Галилея, Лоренца, Пуанкаре. Гиперболические повороты. Простейшие понятия СТО: световой конус, времени- и пространственноподобные вектора, мировые линии массивных и безмассовых частиц. Метрика сферы и метрика псевдосферы. Метрика Лобачевского на плоскости Лобачевского. Вычисление длины окружности и площади круга в геометриях евклидовой, сферической и Лобачевского. /Лек/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	1	
1.2	Группы преобразований и движения метрики. Движения евклидовой метрики для R2 и R3. Группы: аффинная, ортогональная, Галилея, Лоренца, Пуанкаре. Гиперболические повороты. Простейшие понятия СТО: световой конус, времени- и пространственноподобные вектора, мировые линии массивных и безмассовых частиц. Метрика сферы и метрика псевдосферы. Метрика Лобачевского на плоскости Лобачевского. Вычисление длины окружности и площади круга в геометриях евклидовой, сферической и Лобачевского. /Пр/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	1	
1.3	Системы координат в Rn. Векторы. Квадратичные формы. Ковекторы. Риманова и псевдориманова метрики. Метрика Минковского. Псевдосферические координаты. /Лек/	6	1		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
1.4	Системы координат в Rn. Векторы. Квадратичные формы. Ковекторы. Риманова и псевдориманова метрики. Метрика Минковского. Псевдосферические координаты. /Пр/	6	1		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
1.5	Римановы и псевдоримановы пространства /Ср/	6	10		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
	Раздел 2. Классические матричные группы как поверхности						
2.1	Группы преобразований как поверхности. Векторное пространство квадратных матриц и норма (евклидова метрика) в нем. Линейная группа GL (n,R). Непрерывные группы и группы Ли. Касательные векторы и касательное пространство. /Лек/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	1	
2.2	Группы преобразований как поверхности. Векторное пространство квадратных матриц и норма (евклидова метрика) в нем. Линейная группа GL (n,R). Непрерывные группы и группы Ли. Касательные векторы и касательное пространство. /Пр/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	

2.3	Группы GL(n,R) и SL(n,R) и их касательные пространства; дифференцирование detA(t). Ортогональная группа O(n). Её касательное пространство. Специальная ортогональная группа SO (n) и ее (линейная) связность. Связные компоненты ортогональной группы. Унитарная группа U(n) и специальная унитарная группа SU(n). Их касательные пространства. /Лек/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
2.4	Группы GL(n,R) и SL(n,R) и их касательные пространства; дифференцирование detA(t). Ортогональная группа O(n). Её касательное пространство. Специальная ортогональная группа SO (n) и ее (линейная) связность. Связные компоненты ортогональной группы. Унитарная группа U(n) и специальная унитарная группа SU(n). Их касательные пространства. /Пр/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	1	
2.5	Экспонента от матрицы. Экспоненциальное отображение для классических матричных групп. Касательные пространства классических матричных групп как алгебры Ли. /Лек/	6	1		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
2.6	Экспонента от матрицы. Экспоненциальное отображение для классических матричных групп. Касательные пространства классических матричных групп как алгебры Ли. /Пр/	6	1		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
2.7	Классические матричные группы как поверхности /Ср/	6	10		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
	Раздел 3. Элементы теории топологических пространств						
3.1	Топология и топологическое пространство. Метризуемое и хаусдорфово топологические пространства. Замкнутые подмножества топологического пространства и их свойства. Внутренность множества, его замыкание и граница, их свойства. Связное топологическое пространство. /Лек/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
3.2	Топология и топологическое пространство. Метризуемое и хаусдорфово топологические пространства. Замкнутые подмножества топологического пространства и их свойства. Внутренность множества, его замыкание и граница, их свойства. Связное топологическое пространство. /Пр/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	2	

3.3	Непрерывные отображения топологических пространств. Непрерывность композиции. Гомеоморфизмы. Фактортопология. Проективное пространство. Универсальное свойство отображений факторпространств. /Лек/	6	1		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
3.4	Непрерывные отображения топологических пространств. Непрерывность композиции. Гомеоморфизмы. Фактортопология. Проективное пространство. Универсальное свойство отображений факторпространств. /Пр/	6	1		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
3.5	Элементы теории топологических пространств /Ср/	6	10		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
	Раздел 4. Методы теории многообразий						
4.1	Многообразие. Карты и атлас. Дифференцируемое (гладкое) многообразие. Прямое (декартово) произведение многообразий. Конфигурационные пространства физических систем. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Многоугольная развертка двумерного многообразия. Определение ориентируемости двумерного многообразия по его развертке. Связная сумма многообразий. Классификация двумерных компактных многообразий с точностью до гомеоморфизма. Тип и род поверхности. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Связь рода поверхности с ее эйлеровой характеристикой. /Лек/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
4.2	Многообразие. Карты и атлас. Дифференцируемое (гладкое) многообразие. Прямое (декартово) произведение многообразий. Конфигурационные пространства физических систем. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Многоугольная развертка двумерного многообразия. Определение ориентируемости двумерного многообразия по его развертке. Связная сумма многообразий. Классификация двумерных компактных многообразий с точностью до гомеоморфизма. Тип и род поверхности. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Связь рода поверхности с ее эйлеровой характеристикой. /Пр/	6	2		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	

4.3	Топологическая и диффеоморфная классификации многообразий. Гипотеза Пуанкаре. Сферы Милнора. Диффеоморфность гладкого n–мерного многообразия гладкой поверхности в RN, N>2n. Индекс замкнутой кривой на плоскости и его свойства. Основная теорема алгебры. Существование неподвижной точки непрерывного отображения замкнутого круга в себя. Теорема о сумме индексов особых точек векторного поля на плоскости. Сумма индексов особых точек на ориентируемом двумерном многообразии рода p. Эйлерова характеристика n–мерного многообразия как сумма индексов особых точек векторного поля на этом многообразии. Эйлерова характеристика n-мерных компактных многообразий. /Лек/	6	1		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
4.4	Топологическая и диффеоморфная классификации многообразий. Гипотеза Пуанкаре. Сферы Милнора. Диффеоморфность гладкого n–мерного многообразия гладкой поверхности в RN, N>2n. Индекс замкнутой кривой на плоскости и его свойства. Основная теорема алгебры. Существование неподвижной точки непрерывного отображения замкнутого круга в себя. Теорема о сумме индексов особых точек векторного поля на плоскости. Сумма индексов особых точек на ориентируемом двумерном многообразии рода p. Эйлерова характеристика n–мерного многообразия как сумма индексов особых точек векторного поля на этом многообразии. Эйлерова характеристика n-мерных компактных многообразий. /Пр/	6	1		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
4.5	Методы теории многообразий /Ср/	6	13,75		Л2.1 Э1 Э2 Э3	0	
4.6	Иные виды контактной работы /ИВКР/	6	0,25			0	

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

5.1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для подготовки к промежуточной аттестации:

1. Системы координат в Rn. Векторы. Квадратичные формы. Ковекторы.
2. Риманова и псевдориманова метрики. Метрика Минковского. Псевдосферические координаты.
3. Группы преобразований и движения метрики. Движения евклидовой метрики для R2 и R3. Группы: аффинная, ортогональная, Галилея, Лоренца, Пуанкаре. Гиперболические повороты.
4. Простейшие понятия СТО: световой конус, времени- и пространственноподобные вектора, мировые линии массивных и безмассовых частиц.
5.Метрика сферы и метрика псевдосферы. Метрика Лобачевского на плоскости Лобачевского. Вычисление длины окружности и площади круга в геометриях евклидовой, сферической и Лобачевского.
6. Группы преобразований как поверхности. Векторное пространство квадратных матриц и норма (евклидова метрика) в нем. Линейная группа GL(n,R). Непрерывные группы и группы Ли. Касательные векторы и касательное пространство.
7. Группы GL(n,R) и SL(n,R) и их касательные пространства; дифференцирование detA(t). Ортогональная группа O(n). Её касательное пространство.
8. Специальная ортогональная группа SO(n) и ее (линейная) связность. Связные компоненты ортогональной группы.
9. Унитарная группа U(n) и специальная унитарная группа SU(n). Их касательные пространства.

10. Экспонента от матрицы. Экспоненциальное отображение для классических матричных групп.
11. Касательные пространства классических матричных групп как алгебры Ли.
12. Топология и топологическое пространство. Метризуемое и хаусдорфово топологические пространства.
13. Замкнутые подмножества топологического пространства и их свойства. Внутренность множества, его замыкание и граница, их свойства. Связное топологическое пространство.
14. Непрерывные отображения топологических пространств. Непрерывность композиции. Гомеоморфизмы.
15. Фактортопология. Проективное пространство. Универсальное свойство отображений факторпространств. Примеры.
16. Многообразие. Карты и атлас. Дифференцируемое (гладкое) многообразие. Прямое (декартово) произведение многообразий. Конфигурационные пространства физических систем.
17. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Многоугольная развертка двумерного многообразия. Определение ориентируемости двумерного многообразия по его развертке.
18. Связная сумма многообразий. Классификация двумерных компактных многообразий с точностью до гомеоморфизма. Тип и род поверхности.
19. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Связь рода поверхности с ее эйлеровой характеристикой.
20. Топологическая и диффеоморфная классификации многообразий. Гипотеза Пуанкаре. Сферы Милнора. Диффеоморфность гладкого n–мерного многообразия гладкой поверхности в RN, N>2n.
21. Индекс замкнутой кривой на плоскости и его свойства. Основная теорема алгебры. Существование неподвижной точки непрерывного отображения замкнутого круга в себя.
22. Теорема о сумме индексов особых точек векторного поля на плоскости. Сумма индексов особых точек на ориентируемом двумерном многообразии рода p.
23. Эйлерова характеристика n–мерного многообразия как сумма индексов особых точек векторного поля на этом многообразии. Эйлерова характеристика n-мерных компактных многообразий.

Задания для текущего контроля представлены в Приложении 1.

5.2. Темы письменных работ

К письменным работам по дисциплине "Элементы общей геометрии" относится курсовая работа.

Задания для курсовой работы представлены в Приложении 1.

5.3. Оценочные средства

Рабочая программа "Элементы общей геометрии" обеспечена оценочными средствами для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, включающими контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации, критерии оценивания учебной деятельности обучающихся по балльно-рейтинговой системе, пример заданий для практических и лабораторных занятий, билеты для проведения промежуточной аттестации.

Все оценочные средства представлены в Приложении 1.

5.4. Перечень видов оценочных средств

Оценочные средства разработаны для всех видов учебной деятельности студента- лекций, практических занятий, самостоятельной работы и промежуточной аттестации. Оценочные средства представлены в виде:
- средств текущего контроля: проверочных работ по решению задач.
- средств итогового контроля- промежуточной аттестации: зачета в 6 семестре.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Босс В.	Лекции по математике	М.: ЛИБРОКОМ, 2010

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	ООО ЭБС ЛАНЬ
Э2	ООО ЭБС КДУ
Э3	Официальный сайт МГРИ-РГГРУ. Раздел: Учебные фонды - Учебно-методическое обеспечение

6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	База данных научных электронных журналов "eLibrary"
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система "Лань" Доступ к коллекциям электронных изданий ЭБС "Издательство "Лань"
6.3.2.3	Электронно-библиотечная система «Книжный Дом Университета» ("БиблиоТех")

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудитория	Назначение	Оснащение	Вид

4-39	Аудитория для лекционных, практических занятий и семинарских работ.	Набор учебной мебели на 24 посадочных места (12 парт), стол преподавателя, 25 стульев. Доска меловая.	

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по изучению дисциплины "Введение в дифференциальную геометрию" представлены в Приложении 2 и включают в себя:

1. Методические указания для обучающихся по организации учебной деятельности.

2. Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся.

3. Методические указания по организации процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.