



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский государственный геологоразведочный университет имени
Серго Орджоникидзе»
(МГРИ)

УТВЕРЖДАЮ:

Врио ректора МГРИ

В.В.Куликов



23 октября 2020 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ В МАГИСТРАТУРУ
ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ
01.04.04 «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»**

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: МУХАМЕТШИН Александр Тагирович
Должность: Проректор по учебной работе
Дата подписания: 05.10.2022 13:46:12
Уникальный программный ключ:
e302a6f51bae224a17d5d79b36513a6950d131d5

МОСКВА 2020

Введение.

Программа вступительного испытания сформирована на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.04.04 «Прикладная математика».

Программа содержит перечень тем для вступительных испытаний и список рекомендуемой литературы для подготовки.

Вступительные испытания предназначены для определения теоретической и практической подготовленности поступающих в магистратуру абитуриентов и проводятся с целью определения соответствия знаний, умений и навыков требованиям обучения в магистратуре по направлению подготовки 01.04.04 «Прикладная математика».

Вступительные испытания в магистратуру проводятся в форме компьютерного тестирования. Продолжительность вступительных испытаний – 1 час (60 минут). Вступительный тест состоит из 20 вопросов, имеющих одинаковые веса. В сумме вес 20-ти вопросов составляет 100 баллов.

Цель и задачи вступительного испытания.

Цель вступительного испытания – определить готовность и возможность лица, поступающего в магистратуру, освоить выбранную магистерскую программу.

Основная *задача* экзамена – проверить уровень знаний и компетенций абитуриента в области математики.

В ходе экзамена поступающий должен показать:

- знание основных понятий и теорем математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики;
- знание указанных в программе элементов дискретной математики и численного анализа;
- готовность применять математические методы в теоретических и прикладных исследованиях;
- способность решать стандартные задачи по указанным в программе разделам математики;
- владение специальной профессиональной терминологией и лексикой;
- владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу.

Содержание тем вступительного испытания.

Программа вступительных испытаний, организуемых на базе вуза для поступающих на 1 курс по направлению подготовки магистров 01.04.04 «Прикладная математика», включает вопросы по следующим темам.

Раздел 1. Элементы математического анализа.

- Понятие предела функции. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- Понятие производной. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной к плоской кривой. Правила дифференцирования. Применение производной к исследованию функций. Графики элементарных функций.
- Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши). Формула Тейлора.
- Интеграл Римана. Классы интегрируемых по Риману функций. Формула Ньютона-Лейбница.
- Числовые ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье.
- Исследование функций на экстремумы.
- Формулы Грина, Гаусса - Остроградского и Стокса.
- Аналитические функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Теорема Коши. Интегральная формула Коши.
- Принцип максимума модуля для аналитических и гармонических функций.
- Принцип сжимающих отображений. Условия сжимаемости линейного отображения. Применения метода сжимающих отображений для решения систем линейных и нелинейных уравнений.
- Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Критерий полноты ортогональной системы.
- Фундаментальная матрица однородной системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Определитель Вронского и его свойства. Формула Лиувилля. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n -го порядка.

Раздел 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.

- Операции над комплексными числами. Формулы Эйлера. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Формулировка теоремы Гаусса об алгебраических полиномах.
 - Формулы Виета. Формулы Кардано.
- Операции над матрицами. Умножение матриц. Ортогональные матрицы. Диагональные и треугольные матрицы. Вычисление определителей матриц. Вычисление обратной матрицы с помощью определителей. Формулы Крамера.
 - Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы и её следствия. Базисные столбцы (строки) матрицы. Теорема Кронекера – Капелли. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Теорема о структуре общего решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.
- Понятие линейного пространства (вещественного и комплексного). Простейшие следствия из аксиом линейного пространства. Линейно независимые системы векторов. Признаки линейной независимости систем векторов. Понятия базиса, размерности и подпространства. Изменение координат вектора при изменении базиса.
 - Операции над геометрическими векторами. Свойства скалярного и векторного произведений. Геометрический смысл смешанного произведения. Формулы для координат вектора в ортогональном базисе. Выражение скалярного, векторного и смешанного произведений через координаты векторов.
- Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Вычисление угла между плоскостями. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
 - Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Условия компланарности двух прямых. Вычисление угла между двумя пересекающимися прямыми. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
- Взаимное расположение прямой и плоскости. Вычисление координат точки пересечения прямой и плоскости. Вычисление угла между прямой и плоскостью. Формулы для вычисления расстояния между прямыми в пространстве (случай параллельных и скрещивающихся прямых).

- Собственные векторы и собственные значения матриц. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен матрицы. Алгебраическая и геометрическая кратности собственного значения. Каноническая жорданова форма.

Раздел 3. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

- Пространство элементарных событий. Вероятностное пространство. Классическая схема. Свойства вероятности. Основные теоремы теории вероятностей. Условная вероятность, независимость событий. Теорема о полной вероятности. Теорема Байеса.

- Последовательности независимых случайных величин. Схема испытаний Бернулли. Локальная теорема Лапласа, интегральная теорема Лапласа.

- Числовые характеристики случайных величин. Закон Пуассона. Интегральная функция распределения. Сингулярные распределения. Непрерывные распределения. Дифференциальная функция и ее свойства. Равномерное распределение. Нормальное распределение.

- Статистическая оценка параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.

- Задача выбора между двумя конкурирующими гипотезами. Отношение правдоподобия. Ошибки I и II рода. Понятие мощности критерия, наиболее мощный критерий. Оценивание неизвестных параметров прямой линии регрессии. Метод наименьших квадратов. Выбор критерия для проверки статистических гипотез.

- Понятие случайного процесса (СП). Типы СП: стационарные (в узком и широком смысле), нормальные, эргодические, марковские, с независимыми и ортогональными приращениями, вырожденные, винеровский процесс. Ковариационная функция случайного процесса, ее свойства. Ковариационная функция стационарного процесса. Спектральная функция и спектральная плотность стационарного СП. Непрерывность и дифференцируемость СП, связь непрерывности и дифференцируемости процесса со свойствами ковариационной функции. Понятие “белого шума” для процессов с дискретным временем. Моделирование гауссовского “белого шума” с дискретным временем.

Раздел 4. Элементы дискретной математики.

- Способы задания конечных множеств. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Кванторы общности и существования. Мощность

множества. Равенство множеств. Подмножество. Определения и свойства операций над множествами. Разбиения множества. Прямое (декартово) произведение множеств. Степень множества.

- Основные виды бинарных отношений. Операции над отношениями.
- Логические операции над высказываниями. Логические законы и тавтологии.

Алгебра высказываний.

- Понятие графа. Способы задания графов. Ориентированные и неориентированные графы. Матрицы смежности и инцидентности. Понятие подграфа. Пути в графе. Определения маршрута, цепи, цикла, простой цепи и простого цикла. Подсчет числа маршрутов в графе. Понятие связности. Эйлеровы и гамильтоновы циклы в графе. Задача коммивояжера. Построение деревьев в графе. Дерево, корни, ветви. Определение дерева. Понятие расстояния в графе.

Раздел 5. Элементы численного анализа.

- Постановка задачи интерполирования. Интерполяционные формулы Лагранжа, Ньютона и Эрмита. Чебышевские узлы интерполирования. Интерполяционные кубические сплайны. Вариационное свойство кубических сплайнов. В-сплайны.

- Дискретное преобразование Фурье. Алгоритм Кули-Тьюки быстрого преобразования Фурье. Вычисление коэффициентов Фурье и Тейлора с помощью быстрого преобразования Фурье.

- Алгебраический порядок точности квадратурной формулы. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Квадратурная формула Гаусса.

- Классификация систем уравнений по числу решений. Геометрическая интерпретация множеств решений систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Холесского. Метод прогонки. Итерационные методы решения систем линейных уравнений.

- Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Правило Рунге для оценки погрешности.

Рекомендуемая литература для подготовки к вступительным экзаменам.

1. Акимов О.Е. Дискретная математика. Логика, группы, графы. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001.

2. Аляев Ю.А., Тюрин С.Ф. Дискретная математика и математическая логика. М.: Финансы и статистика, 2006.
3. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1984.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Физматлит, 2008.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд.11-е. М.: Изд-во Юрайт, 2011.
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: Едиториал УРСС, 2011.
8. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1,2. М: Высшая школа, 2006.
9. Зорич В.А. Математический анализ, в 2-х тт. М.: МЦНМО. 2007.
10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М., «Наука», 2008.
11. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М., «Наука», 2009.
12. Ким Г. Д., Крицков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Теоремы и задачи. Т.1. М.: Зерцало. М., 2003.
13. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Учебник для вузов в 3-х тт. – Дрофа, 2004.
14. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. М.: Физматлит, 2004.
15. Лунгу К. Н., Макаров Е. В. Высшая математика. Руководство к решению задач. Ч. 1. Изд. 2-е. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
16. Плотников А.Д. Дискретная математика. М.: Новое знание, 2005.
17. Тихомиров В.М. Дифференциальное исчисление (теория и приложения). М.: МЦНМО, 2002.
18. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И., Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2003.
19. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления в 3-х тт. М.: Физматлит, 2005.
20. Шипачев В.С. Высшая математика. Изд.10-е. М.: Высшая школа, 2010.

Интернет-источники.

1. <http://www.mccme.ru/free-books/> (свободно распространяемые издания МЦНМО).
2. <http://www.math.ru/lib/> (книги по математике для студентов и школьников)
3. <http://www.etudes.ru/ru> (этюды, выполненные с использованием современной компьютерной 3D-графики, увлекательно и интересно рассказывающие о математике и ее приложениях).
4. <https://ru.khanacademy.org/> (видеоролики по математике для студентов вузов).
5. <http://fcior.edu.ru/> (Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов).
6. <http://ru.wikipedia.org/wiki/Математика> (материал из Википедии - свободной энциклопедии).

Примерные задания для подготовки к вступительному испытанию.

Вопрос №1. Укажите правильный ответ, чему равен результат вычисления смешанного произведения трёх векторов $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$ и $C(x_3, y_3, z_3)$.

Вопрос №2. Даны векторы $\vec{a} = (4; -3; 10)$ и $\vec{b} = (3; 2; 1)$, тогда их векторное произведение имеет вид...

Вопрос №3. Градиент скалярного поля $u = y^2 + xz + z^2$ в точке имеет вид...
 $B(1; -1; 0)$

Потребуется выбрать правильный ответ из предлагаемых в задании. Например, предлагаемые ответы имеют вид:

- 1) $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$
- 2) $2\vec{j} + \vec{k}$
- 3) $-2\vec{j} + \vec{k}$
- 4) $\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

Вопрос №4. Матрица $B = \begin{pmatrix} \alpha & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ будет обратной к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ при α равном ...
Ответы:

- 1) 2
- 2) 1
- 3) 6
- 4) -2

Вопрос №5. Производная произведения $x^2 \cos x$ равна ...

Ответы:

- 1) $x(\cos x - x \sin x)$
- 2) $x(2 \cos x - x \sin x)$
- 3) $x(2 \cos x + x \sin x)$
- 4) $-2x \sin x$

Вопрос №6. Найти коэффициенты А, В, С в уравнении плоскости

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$, проходящей через прямую $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-4}{5}$

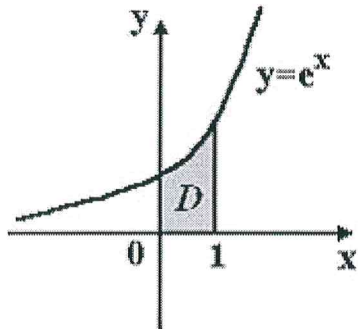
$$\frac{x-5}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-4}{5}$$

параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{1}$

Ответы:

	A	B	C
№1	-5	6	-7
№2	5	-6	7
№3	3	6	-7
№4	2	-5	4

Вопрос №7. Площадь криволинейной трапеции D



равна...

Ответы:

- 1) $e - 1$
- 2) e
- 3) $e + 1$
- 4) $2e$

Вопрос № 8. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49} = ?$ Указать номер правильного ответа:

Ответы:

- 1) 1/14
- 2) -1/56
- 3) 2/49

4) Не существует

Вопрос №9. Укажите соответствие между функциями №№ 1, 2, 3, 4 и их неопределенными интегралами а), б), в), г), д).

1) $y = \cos x \sin^2 x$	а) $\frac{1}{2}(\ln 2x)^2 + C$
2) $y = \frac{1}{\sin^2 x}$	б) $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$
3) $y = \frac{\ln 2x}{x}$	в) $-\operatorname{ctg} x + C$
4) $y = \frac{1}{(x-1)^3}$	г) $-\frac{1}{2(x-1)^2} + C$

Вопрос №10. Найти абсциссу точки перегиба функции $y = e^x(x^2 - 2x - 6)$ $> 0,2$

$y = e^x(x^2 - 2x - 6)$ в области $x > 2$. Указать номер правильного ответа.

Ответы:

- 1) 0,5
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 2,5

Вопрос №11. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2c \sin 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти коэффициент «с» функции распределения случайной величины X . Указать номер правильного ответа.

Ответы:

- 1) $c=1/4$
- 2) $c=1/2$
- 3) $c=1$
- 4) $c=2$

$$S = \int_{-1}^0 dy \int_{-y-1}^{y+1} f(x, y) dx + \int_0^1 dy \int_{y-1}^{1-y} f(x, y) dx$$

Вопрос №12. Пусть $S = \int_{-1}^0 dy \int_{-y-1}^{y+1} f(x, y) dx + \int_0^1 dy \int_{y-1}^{1-y} f(x, y) dx$. Тогда область D , площадь которой выражается данным интегралом, имеет вид...

Ответы:

- 1) трапеция
- 2) ромб
- 3) параллелограмм
- 4) треугольник

Вопрос №13. Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}$ и B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\sqrt[3]{n} - 1}$

Ответы:

- 1) A и B расходятся
- 2) A – сходится, B – расходится
- 3) A и B сходятся
- 4) A – расходится, B – сходится

Вопрос №14. С первого станка на сборку поступает 40%, со второго 60% всех деталей. Среди деталей, поступивших с первого станка 1% бракованных, со второго 5% бракованных. Тогда вероятность того, что поступившая на сборку деталь бракованная, равна ...

Ответы:

- 1) 0,036
- 2) 0,03
- 3) 0,034
- 4) 0,06

Вопрос № 15. Радиус сходимости степенного ряда

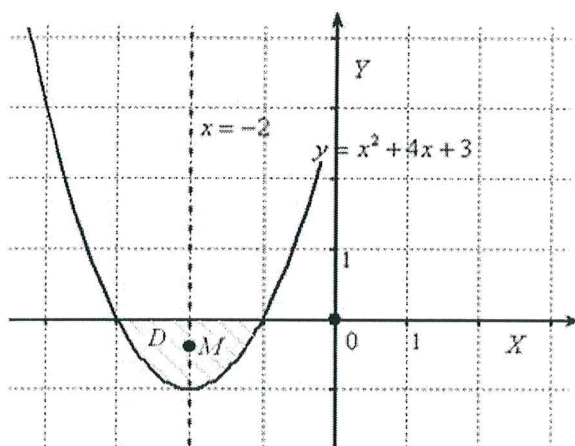
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^n}{(n+5)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^n}{(n+5)}$$

равен...

Ответы:

- 1) 1/3
- 2) 3
- 3) 0
- 4) ∞

Вопрос №16. Найти координаты центра тяжести фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 4x + 3$ и осью x (см. рисунок)



Ответы:

- 1) -2; -2/5
- 2) -1,5; -0,4
- 3) -2,5; -1/2

4)-2,5; -0,5

Вопрос № 17. Несобственный интеграл $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ равен

Ответы:

- 1) 2
- 2) -2
- 3) 0
- 4) расходится

Вопрос №18. Дана матрица A, найти определитель куба этой матрицы ($AAA=A^3$)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \det(A^3) = ?$$

Ответы:

- 1) 0
- 2) 1
- 3) 8
- 4) 64

Вопрос №19. Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 9, 10, 11, 13, 14. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна...

Ответы:

- 1) 14,25
- 2) 11
- 3) 11,2
- 4) 11,4

Вопрос №20. Дана функция $f(x) = \ln(1 + 4x)$, тогда первые три (отличные от нуля) члена разложения этой функции в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$ имеют вид...

Ответы:

- 1) $4x + 8x^2 + \frac{64}{3}x^3$
- 2) $4x + 8x^2 + 64x^3$
- 3) $4x - 8x^2 + \frac{64}{3}x^3$
- 4) $4x - 8x^2 + 64x^3$

Председатель экзаменационной комиссии

доцент

 /Н.А. Рустамов/