## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе"

(МГРИ)

# Линейная алгебра и аналитическая геометрия

## рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой Высшей математики и физики

Учебный план b090303\_25\_SIN25.plx

Направление подготовки 09.03.03 ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА

Квалификация Бакалавр

Форма обучения очная

Общая трудоемкость 3 ЗЕТ

Часов по учебному плану 0 Виды контроля в семестрах:

в том числе:

 аудиторные занятия
 0

 самостоятельная работа
 0

### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	1 (1.1)		Итого	
Недель	16	1/6		
Вид занятий	УП	РΠ	УП	РП
Лекции	16	16	16	16
Практические	16	16	16	16
Иные виды контактной работы	2,35	2,35	2,35	2,35
Итого ауд.	34,35	34,35	34,35	34,35
Контактная работа	34,35	34,35	34,35	34,35
Сам. работа	46,65	46,65	46,65	46,65
Часы на контроль	27	27	27	27
Итого	108	108	108	108

Москва 2025

	1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
1.1	Цель данного курса — обучение студентов основным приемам и методам применения элементов математического аппарата, развитие логического алгоритмического мышления, овладение методами исследования и решения математических задач, выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.
1.2	Задачи курса:
1.3	приобретение студентами прочных знаний и практических навыков в области, определяемой основной целью дисциплины.
1.4	В результате изучения дисциплины студенты должны свободно ориентироваться и иметь представление об основных понятиях, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов.

	2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ			
П	[икл (раздел) ОП:	Б1.О		
2.1	Требования к предвар	ительной подготовке обучающегося:		
2.2	2 Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:			
2.2.1	.1 Математические основы криптографии			
2.2.2	2 Математическая логика и теория алгоритмов			
2.2.3	3 Дискретная математика			
2.2.4	4 Теория информации			

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	
Знать:	
Уметь:	
Владоту •	

### В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен

3.1	Знать:
3.2	Уметь:
3.3	Владеть:

	4. СТРУКТУРА И СОД	ЕРЖАНИЕ	дисці	ИПЛИНЫ (M	ЮДУЛЯ)		
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/ Раздел 1. Матрицы и определители	Семестр / Курс	Часов	Компетен- ции	Литература	Инте ракт.	Примечание
1.1	Матрицы и операции над ними. Элементарные преобразования матриц и приведение их к ступенчатой форме /Лек/	1	1		Л1.2 Л1.1	0	
1.2	Понятие определителя. Простейшие свойства определителей. Вычисление определителей посредством приведения к тре-угольному виду. Определитель п-го порядка и его свойства /Лек/	1	1		Л1.2 Л1.1	0	
1.3	Теорема Лапласа и ее следствия. Обратная матрица. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре и ее следствия. Матричные уравнения /Лек/	1	1		Л1.2 Л1.1	0	

1.4	Матрицы и операции над ними.	1	0,5	Л1.2 Л1.1	0	
	Элементарные преобразования матриц /Пр/					
1.5	Понятие определителя. Простейшие свойства определителей /Пр/	1	1	Л1.2 Л1.1	0	
1.6	Нахождение обратных матриц. Решение простейших матричных уравнений. Контрольная точка К1. /Пр/	1	1	Л1.2 Л1.1	0	
	Раздел 2. Системы линейных алгебраических уравнений					
2.1	Понятие системы линейных алгебраических уравнений. Системы с квадратной невырожденной матрицей. Критерий совместности системы линейных уравнений /Лек/	1	0,5	Л1.2 Л1.1	0	
2.2	Понятие системы линейных алгебраических уравнений. Системы с квадратной невырожденной матрицей. Критерий совместности системы линейных уравнений /Лек/	1	1	Л1.2 Л1.1	0	
2.3	Алгоритм Гаусса решения системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Комплексные числа и операции над ними. Контрольная точка КЗ. /Лек/	1	1	Л1.2 Л1.1	0	
2.4	Системы линейных алгебраических уравнений. Системы с квадратной невырожденной матрицей. Формулы Крамера. Контрольная точка К2. /Пр/	1	1	Л1.2 Л1.1	0	
2.5	Алгоритм Гаусса решения системы линейных уравнений. /Пр/	1	1	Л1.2 Л1.1	0	
2.6	Решение практических задач с использованием учебно-методического пособия /Ср/	1	10	Л1.2 Л1.1	0	
	Раздел 3. Векторные пространства					
3.1	Простейшие свойства векторного пространства. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.1	0	
3.2	Линейные операции над векторами. Линейная зависимость (независимость) векторов и ее геометрический смысл. Базис и ранг системы векторов /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.1	0	
3.3	Линейные операции над векторами. Линейная зависимость (независимость) векторов и ее геометрический смысл. Контрольная точка К6. /Пр/	1	0,5	Л1.2 Л1.1	0	
	Раздел 4. Аффинное пространство					
4.1	Понятие аффинного пространства. Введение координат в аффинном пространстве. Переход к новой системе координат. Контрольная точка К7. /Лек/	1	0,5	Л1.2 Л1.1	0	
4.2	Линейные операции над векторами. Линейная зависимость (независимость) векторов и ее геометрический смысл. Контрольная точка Кб. /Пр/	1	1	Л1.2 Л1.1	0	
	Раздел 5. Евклидово пространство. Линейные операторы в евклидовом пространстве					

5.1 Евклидово и унитарное пространство. 1 1 Л1.2 Л1.1 О Ортогональные системы векторов.	
Матрица линейного оператора.  Линейное пространство линейных операторов. Умножение линейных операторов, обратный оператор.  Сопряженный оператор. Нормальный,	
унитарный и самосопряженный операторы /Лек/	
5.2 Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Инвариантные подпространства и треугольная форма матрицы линейного оператора. Корневые подпространства и жорданова форма линейного оператора. Линейные операторы в евклидовом (унитарном) пространстве /Лек/	
5.3       Базис и ранг системы векторов. /Пр/       1       1       Л1.2 Л1.1       0	
5.4 Подпространства, примеры. Сумма и 1 1 1 Л1.2 Л1.1 0 прямая сумма подпространств, пересечение подпространств. Контрольная точка К8. /Пр/ Раздел 6. Прямая и плоскость	
6.1 Уравнения прямой линии на плоскости 1 1 1 Л1.2 Л1.1 0 и в трехмерном евклидовом пространстве /Лек/	
6.2 Уравнения плоскости в 1 1 1 Л1.2 Л1.1 0 пространстве /Лек/	
6.3 Расстояние между точкой и прямой на плоскости и в пространстве. Векторное и смешанное произведения /Лек/	
6.4 Уравнения прямой линии на 1 2 Л1.2 Л1.1 0 плоскости /Пр/	
6.5 Уравнения плоскости в пространстве. 1 2 Л1.2 Л1.1 0 Контрольная точка К9. /Пр/	
6.6 Уравнения прямой линии в трехмерном 1 1 1 Л1.2 Л1.1 0 евклидовом пространстве. Контрольная точка К10. /Пр/	
6.7 Решение практических задач с 1 16,5 Л1.2 Л1.1 0 использованием учебно-методического пособия /Ср/	
Раздел 7. Кривые и поверхности	
второго порядка	
7.1 Приведение общего уравнения кривой 1 0,5 Л1.2 Л1.1 0 второго порядка к каноническому виду. Инварианты кривой второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола /Лек/	
7.2 Комплексные числа. /Лек/ 1 1 Л1.2 Л1.1 О	
7.3 Классификация кривых второго 1 1 1 Л1.2 Л1.1 0 порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Контрольная точка К11. /Пр/	
7.4 Комплексные числа. Контрольная точка 1 2 Л1.2 Л1.1 0 К12. /Пр/	
7.5         Подготовка к экзамену /Ср/         1         20,15         Л1.2 Л1.1         0	
7.6       Экзамен /ИВКР/       1       2,35       Л1.2 Л1.1       0	

#### 5.1. Контрольные вопросы и задания

- 1. Что такое матрица и какие операции можно выполнять над матрицами?
- 2. Как выполняется сложение и умножение матриц?
- 3. В чём суть транспонирования матрицы?
- 4. Какие преобразования называются элементарными?
- 5. Как с помощью элементарных преобразований привести матрицу к ступенчатому виду?
- 6. В чем состоит значение ступенчатой формы матрицы при решении систем?
- 7. Что такое определитель и каково его значение в линейной алгебре?
- 8. Какие простейшие свойства определителей вы знаете?
- 9. Как вычислить определитель второго и третьего порядка вручную?
- 10. Как использовать приведение к треугольному виду для вычисления определителя?
- 11. Что такое определитель n-го порядка?
- 12. В чём заключается теорема Лапласа?
- 13. Какие следствия вытекают из теоремы Лапласа?
- 14. Что такое обратная матрица и как она вычисляется?
- 15. При каких условиях существует обратная матрица?
- 16. Как определить ранг матрицы?
- 17. В чем заключается теорема о базисном миноре?
- 18. Как теорема о базисном миноре помогает в нахождении ранга?
- 19. Что такое матричное уравнение и как его решать?
- 20. Что называется системой линейных алгебраических уравнений?
- 21. Что такое квадратная невырожденная матрица и какую роль она играет в СЛАУ?
- 22. Как сформулировать критерий совместности системы линейных уравнений?
- 23. Какие способы существуют для решения СЛАУ?
- 24. Каков алгоритм Гаусса и как он применяется на практике?
- 25. В чем заключается метод Крамера?
- 26. Когда применимы формулы Крамера для решения СЛАУ?
- 27. Что такое комплексные числа и какие операции можно с ними выполнять?
- 28. Как записываются комплексные числа в алгебраической форме?
- 29. Как выполняются сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел?
- 30. В чём смысл модуля и аргумента комплексного числа?
- 31. Что такое векторное пространство?
- 32. Каковы основные свойства векторных пространств?
- 33. Какие действия можно выполнять с векторами?
- 34. В чём состоит линейная зависимость и независимость векторов?
- 35. Какова геометрическая интерпретация линейной зависимости векторов?
- 36. Что такое базис в пространстве?
- 37. Как определяется ранг системы векторов?
- 38. Что называется аффинным пространством?
- 39. Как в аффинном пространстве вводится система координат?
- 40. Что такое переход к новой системе координат?
- 41. В чём особенности евклидова пространства?
- 42. Каковы свойства унитарного пространства?
- 43. Что такое ортогональная система векторов?
- 44. Как формируется матрица линейного оператора?
- 45. Что называется линейным пространством линейных операторов?
- 46. Как осуществляется умножение линейных операторов?
- 47. Что такое обратный оператор и как его найти?
- 48. Как определить сопряжённый оператор?
- 49. Что такое нормальный оператор?
- 50. Чем унитарный оператор отличается от самосопряжённого?
- 51. Что такое собственные значения и собственные векторы линейного оператора?
- 52. Как связаны собственные значения с характеристическим уравнением?
- 53. Что называется инвариантным подпространством?
- 54. Как связана треугольная форма матрицы с собственными значениями?
- 55. Что такое корневое подпространство?
- 56. В чем заключается жорданова форма матрицы?
- 57. Какие шаги нужно выполнить для приведения матрицы к жордановой форме?
- 58. Как интерпретируются линейные операторы в евклидовом пространстве?
- 59. Какие уравнения описывают прямую линию на плоскости?
- 60. Как записывается уравнение прямой в трёхмерном пространстве?
- 61. Как формулируется общее уравнение плоскости в пространстве?
- 62. Как найти расстояние от точки до прямой на плоскости? 63. Как вычислить расстояние от точки до прямой в пространстве?
- 64. Что такое векторное произведение векторов?
- 65. Какова геометрическая интерпретация векторного произведения?
- 66. Что такое смешанное произведение векторов?

- 67. Как определить объём параллелепипеда через смешанное произведение?
- 68. Что представляет собой общее уравнение кривой второго порядка?
- 69. Как привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду?
- 70. Что такое инварианты кривой второго порядка?
- 71. Как классифицируются кривые второго порядка?
- 72. Какие свойства имеет окружность как кривая второго порядка?
- 73. В чём особенности эллипса и чем он отличается от других кривых?
- 74. Что характеризует гиперболу в каноническом виде?
- 75. Каковы свойства параболы?
- 76. Как записываются комплексные числа в тригонометрической форме?
- 77. Как выполняется возведение комплексного числа в степень?
- 78. Что такое корни из комплексного числа и как они вычисляются?
- 79. Как комплексные числа используются в линейной алгебре?
- 80. Какие геометрические образы соответствуют комплексным числам?
- 81. В чём отличие действительной и мнимой частей комплексного числа?
- 82. Что такое комплексно сопряжённые числа и как их находить?
- 83. Как комплексные числа применяются при решении СЛАУ с комплексными коэффициентами?
- 84. Как преобразовать уравнение окружности к каноническому виду?
- 85. Как используется аналитическая геометрия для описания пространственных объектов?

### 5.2. Темы письменных работ

не предусмотрены

#### 5.3. Оценочные средства

Рабочая программа "Линейная алгебра и аналитическая геометрия" обеспечена оценочными средствами для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, включающими контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации, критерии оценивания учебной деятельности обучающихся по балльно-рейтинговой системе, примеры заданий для практических и лабораторных занятий, билеты для проведения промежуточной аттестации. Все оценочные средства представлены в Приложении 1.

#### 5.4. Перечень видов оценочных средств

Оценочные средства разработаны для всех видов учебной деятельности студента - лекций, практических занятий, самостоятельной работы и промежуточной аттестации. Оценочные средства представлены в виде:

- средства текущего контроля: проверочных работ по решению задач, дискуссии по теме;
- средств итогового контроля промежуточной аттестации: экзамена в 3 семестре.

	6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)				
	6.1. Рекомендуемая литература				
		6.1.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год		
Л1.1	Сабитов И. Х., Михалев А. А.	Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие для вузов	Москва: Юрайт, 2024		
Л1.2	Лубягина Е. Н., Вечтомов Е. М.	Линейная алгебра: учебное пособие для вузов	Москва: Юрайт, 2024		
		6.3.1 Перечень программного обеспечения	·		
6.3.1.1	Office Professional Plus 2019				
6.3.1.2	Windows 10				
6.3.1.3	МТС-Линк	Комплексная платформа для коммуникаций, обучения и совместной работы, разработанная с использованием современных технологий. Доступны десктопные и мобильные приложения для удобной работы с системой.			

7. МАТЕРИА	7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)				
Аудитория	Назначение	Оснащение	Вид		

		,
1	Специализированная	Столы обучающихся;
	многофункциональная	Стулья обучающихся;
	учебная аудитория № 1 для	Письменный стол
	проведения учебных занятий	педагогического работника;
	лекционного и семинарского	Стул педагогического
	типов, групповых и	работника;
	индивидуальных	Кафедра;
	консультаций, текущего	Магнитно-маркерная доска;
	контроля и промежуточной/	Мультимедийный проектор;
	итоговой аттестации	
	итоговой аттестации	Экран;
		Ноутбук с возможностью
		подключения к сети
		«Интернет» и обеспечением
		доступа к электронной
		информационно-
		образовательной среде
3	Специализированная	Компьютерные столы
	многофункциональная	обучающихся;
	учебная аудитория № 3 для	Стулья обучающихся;
	проведения учебных занятий	Письменный стол
	семинарского типа,	педагогического работника;
	групповых и	Стул педагогического
	индивидуальных	работника;
	консультаций, текущего	Стеллаж для учебно-
	контроля и промежуточной/	методических материалов, в
	итоговой аттестации	том числе учебно-наглядных
	итоговой аттестации	пособий;
		Многофункциональное
		устройство (принтер, сканер,
		ксерокс);
		Интерактивная доска;
		Мультимедийный проектор;
		Ноутбуки с возможностью
		подключения к сети
		«Интернет» и обеспечением
		доступа к электронной
		информационно-
		образовательной среде
_		
5	Помещение № 5 для	Письменный стол
	самостоятельной работы	обучающегося;
	обучающихся	Стул обучающегося;
		Письменный стол
		обучающегося с
		ограниченными
		возможностями здоровья;
		Стул обучающегося с
		ограниченными
		возможностями здоровья;
		Ноутбук с возможностью
		подключения к сети
		«Интернет» и обеспечением
		доступа к электронной
		информационно-
		образовательной среде
		лицензиата;
		Моноблок (в том числе,
		,
		клавиатура, мышь,
		наушники) с возможностью
		подключения к сети
		«Интернет» и обеспечением
		доступа к электронной
		информационно-
		образовательной среде
		ооризовительной ородо

Ауд. 8	Аудитория для научно-	Рабочие места на базе	
	исследовательской работы	вычислительной техники с	
	обучающихся, курсового и	набором необходимых для	
	дипломного проектирования	проведения и оформления	
	№ 8	результатов исследований	
		дополнительных аппаратных	
		и/или программных средств;	
		Письменный стол	
		обучающегося;	
		Стул обучающегося;	
		Письменный стол	
		обучающегося с	
		ограниченными	
		возможностями здоровья;	
		Стул обучающегося с	
		ограниченными	
		возможностями здоровья;	
		Ноутбук с возможностью	
		подключения к сети	
		«Интернет» и обеспечением	
		доступа к электронной	
		информационно-	
		образовательной среде	
		лицензиата;	
		Моноблок (в том числе,	
		клавиатура, мышь,	
		наушники) с возможностью	
		подключения к сети	
		«Интернет» и обеспечением	
		доступа к электронной	
		информационно-	
		образовательной среде;	
		Многофункциональное	
		устройство (принтер, сканер,	
		ксерокс).	

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по изучению дисциплины "Линейная алгебра и аналитическая геометрия" представлены в Приложении 2 и включают в себя:

- 1. Методические указания для обучающихся по организации учебной деятельности.
- 2. Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся.